Gegeben ist die Funktion

#1: $f(x) := (x - 2)\cdot LN\left(\frac{x}{2}\right)$

Berechnung der Nullstellen

#2: $SOLVE\left(LN\left(\frac{x}{2}\right), x, Real\right)$

#3: $x = 2$

#4: $SOLVE(x - 2, x, Real)$

#5: $x = 2$

Untersuchung des Vorzeichens der Funktionswerte im Definitions bereich

#6: $(x - 2)\cdot LN\left(\frac{x}{2}\right) > 0$

#7: $SOLVE\left((x - 2)\cdot LN\left(\frac{x}{2}\right) > 0, x, Real\right)$

#8: $x \neq 2 \wedge x > 0$

#9: $(x - 2)\cdot LN\left(\frac{x}{2}\right) < 0$

#10: $SOLVE\left((x - 2)\cdot LN\left(\frac{x}{2}\right) < 0, x, Real\right)$

#11: false

Damit muss in der Nullstelle ein Minimum vorliegen. Dies wird mit 1. und 2. Ableitung überprüft:

#12: $\frac{d}{dx} f(x)$

#13: $LN\left(\frac{x}{2}\right) - \frac{2}{x} + 1$

#14: $LN\left(\frac{x}{2}\right) - \frac{2}{x} + 1 = 0$

#15: $NSOLVE\left(LN\left(\frac{x}{2}\right) - \frac{2}{x} + 1 = 0, x, Real\right)$

#16: $x = 2$

#17: $\frac{d}{dx}\frac{d}{dx} f(x)$

#18: $$\frac{1}{x} + \frac{2}{x^2}$$

Mit dem "Substituieren"-Befehl berechnet man den Wert der 2.Ableitung an der Stelle 2.

#19: $$1$$

Die notwendige und die hinreichende Bedingung für das Vorhandensein eines Minimums an der Stelle (2/0)sind somit erfüllt.

Verhalten an den Grenzen des Definitionsbereichs

#20: $\lim_{x \to 0+} (x - 2) \cdot LN\left(\frac{x}{2}\right)$

#21: $$\infty$$

Begründung:x-2 geht gegen -2 und ln(x/2)geht gegen - ∞

#22: $\lim_{x \to \infty} (x - 2) \cdot LN\left(\frac{x}{2}\right)$

#23: $$\infty$$

Begründung: beide Faktoren gehen gegen ∞.

Wendepunkte (notw. Bedingung):

#24: $\frac{1}{x} + \frac{2}{x^2} = 0$

#25: $NSOLVE\left(\frac{1}{x} + \frac{2}{x^2} = 0, x, Real\right)$

#26: $$x = -2$$

#27: $SOLVE\left(\frac{1}{x} + \frac{2}{x^2}, x, Real\right)$

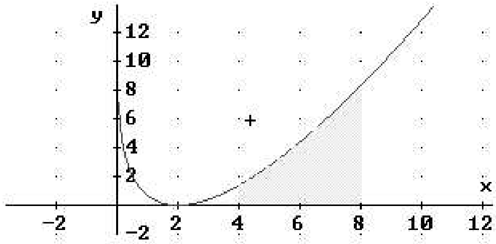
#28: $$x = \pm\infty \vee x = -2$$

f besitzt keine Wendepunkte, da -2 nicht im Definitionsbereich liegt. Interpretationswürdig ist die von Derive angebotene Lösung ± ∞ !

Zeichnung des Graphen und Berechnung des Flächeninhalts der Fläche zwischen Graph, x-Achse und den beiden Parallelen x=4 und x=8. Die Stammfunktion kann, wenn überhaupt, nur sehr schwer gefunden werden.

#29: PlotInt(f(x), x, 4, 8)

#30: $\left[(x-2)\cdot LN\left(\frac{x}{2}\right),\ y < (x-2)\cdot LN\left(\frac{x}{2}\right) \wedge 0 < y \wedge 4 \le x \le 8,\ (x-2)\cdot LN\left(\frac{x}{2}\right) < y \wedge y < 0 \wedge 4 \le x \le 8\right]$



#31: $\int_4^8 f(x)\ dx$

#32: $32\cdot LN(2) - 4$

Das Auffinden von Stammfunktionen, häufig also das Anwenden von Integrationsmethoden erfordert viel Übung. Ohne zeitaufwendiges Differenzieren der eigenen Lösung kann man mit einem CAS-Programm das Ergebnis schnell überprüfen. Das Differenzieren der eigenen Lösung mit Hilfe des Programms hilft sicher lich bei der Auffindung eigener Fehler. Ein Beispiel:

#33: $h(x) := \frac{ê^{2\cdot x}}{5\cdot ê^{2\cdot x} + 1}$

#34: $\int \frac{ê^{2\cdot x}}{5\cdot ê^{2\cdot x} + 1}\ dx$

#35: $\frac{LN(5\cdot ê^{2\cdot x} + 1)}{10} + c$

#36: $0.1\cdot LN(5\cdot ê^{2\cdot x} + 1) + c$