

Ortskurve der Extrema und Wendepunkte der Funktion

$$\#1: f(x) := (\ln(x) - 2 \cdot a) \cdot \ln(x)$$

Extrema

$$\#2: \frac{d}{dx} ((\ln(x) - 2 \cdot a) \cdot \ln(x))$$

$$\#3: \frac{2 \cdot \ln(x)}{x} - \frac{2 \cdot a}{x}$$

$$\#4: \text{SOLVE} \left(\frac{2 \cdot \ln(x)}{x} - \frac{2 \cdot a}{x}, x, \text{Real} \right)$$

$$\#5: x = \pm \infty \vee x = \hat{e}^a$$

$$\#6: \frac{d}{dx} \frac{d}{dx} ((\ln(x) - 2 \cdot a) \cdot \ln(x))$$

$$\#7: \frac{2 \cdot a + 2}{x^2} - \frac{2 \cdot \ln(x)}{x^2}$$

$$\#8: \frac{-2 \cdot a}{2 \cdot \hat{e}^a}$$

Berechnung des Funktionswerts

$$\#9: -\frac{a^2}{2}$$

Da die zweite Ableitung an der Stelle $\hat{e}^a$ positiv ist, liegt im Punkt $(\hat{e}^a, -a^2/2)$ ein Minimum vor.

Ermittlung der Ortskurve aller Minima:

$$\#10: \text{SOLVE}(x = \hat{e}^a, a, \text{Real})$$

$$\#11: a = \ln(x)$$

Einsetzen in den Term für den y-Wert ergibt:

$$\#12: -\ln(x)^2$$

Wendepunkte:

$$\#13: \text{SOLVE} \left(\frac{2 \cdot a + 2}{x^2} - \frac{2 \cdot \ln(x)}{x^2}, x, \text{Real} \right)$$

$$\#14: x = \pm \infty \vee x = \hat{e}^{a+1}$$

$$\#15: \frac{d}{dx} \frac{d}{dx} \frac{d}{dx} ((\ln(x) - 2 \cdot a) \cdot \ln(x))$$

$$\#16: \frac{4 \cdot \ln(x)}{x^3} - \frac{2 \cdot (2 \cdot a + 3)}{x^3}$$

$$\#17: - 3 \cdot a - 3 - 2 \cdot e$$

Die 3. Ableitung ist an der Stelle $e^{(a+1)}$ ungleich 0, folglich existiert an der Stelle $x = e^{(a+1)}$ ein Wendepunkt.

Berechnung des Funktionswerts:

$$\#18: (a + 1) \cdot (1 - a)$$

$$\#19: 1 - a^2$$

Ermittlung der Ortskurve aller Wendepunkte:

$$\#20: e^{a+1} = x$$

$$\#21: \text{SOLVE}(e^{a+1} = x, a, \text{Real})$$

$$\#22: a = \ln(x) - 1$$

Einsetzen in den Term für den y-Wert ergibt:

$$\#23: 2 \cdot \ln(x) - \ln(x)^2$$

Zeichnung:

$$\#24: \text{VECTOR}((\ln(x) - 2 \cdot a) \cdot \ln(x), a, -3, 3, 1)$$

$$\#25: \left[\begin{array}{l} \ln(x)^2 + 6 \cdot \ln(x), \ln(x)^2 + 4 \cdot \ln(x), \ln(x)^2 + 2 \cdot \ln(x), \ln(x)^2, \\ \ln(x)^2 - 2 \cdot \ln(x), \ln(x)^2 - 4 \cdot \ln(x), \ln(x)^2 - 6 \cdot \ln(x) \end{array} \right]$$

